

1. Blockschaltbild

Die folgende Abbildung zeigt den geschlossenen Regelkreis. Das Verhalten des Regelkreises soll durch den Frequenzgang bei sinusförmigen Eingangsgrößen bestimmt werden. Das Verhalten der Regelkreisglieder ist durch den Frequenzgang \underline{F}_R für den Regler und \underline{F}_S für die Strecke gegeben.

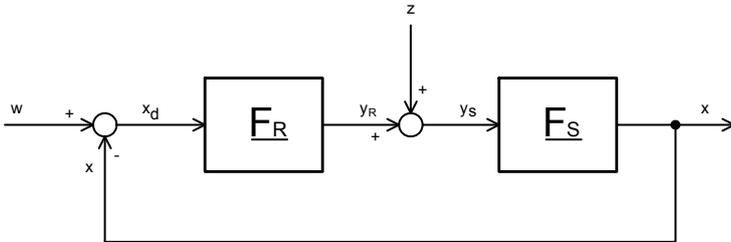


Abb. 1.1: Frequenzgang des Regelkreises

Das Führungsverhalten beschreibt die Ausgangsgröße x in Abhängigkeit von der Frequenz der Führungsgröße w :

$$\underline{F}_w = \frac{x}{w} \quad \text{für } z=0$$

Das Störverhalten beschreibt die Ausgangsgröße x in Abhängigkeit von der Störgröße z :

$$\underline{F}_z = \frac{x}{z} \quad \text{für } w=0$$

1.1. Frequenzgang - Führungsverhalten

Die Berechnung des Führungsverhaltens erfolgt unter der Annahme, dass keine Störung vorliegt ($z=0$).

Dann ist:

$$x_d = 0 - x = -x$$

$$y_R = -x \cdot \underline{F}_R$$

$$y_S = \underline{F}_S = x_d \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$x = (w - x) \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S = w \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S - x \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$x + x \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S = w \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$x \cdot (1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S) = w \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$x = w \cdot \frac{\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}$$

und schließlich:

$$\frac{x}{w} = \underline{F}_w = \frac{\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}$$

	Regelungstechnik	© Udo John
	Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises	Seite 2 von 4

1.2. Frequenzgang - Störverhalten

Die Berechnung des Störverhaltens erfolgt unter der Voraussetzung, dass die Führungsgröße w gleich 0 ist.

$$x_d = 0 - x = -x$$

$$y_R = x_d \cdot \underline{F}_R = -x \cdot \underline{F}_R$$

$$y_S = z + y_R = z - x \cdot \underline{F}_R$$

$$x = y_S \cdot \underline{F}_S = (z - x \cdot \underline{F}_R) \cdot \underline{F}_S = z \cdot \underline{F}_S - x \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$x + x \cdot \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S = z \cdot \underline{F}_S$$

$$x \cdot (1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S) = z \cdot \underline{F}_S$$

$$x = z \cdot \frac{\underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}$$

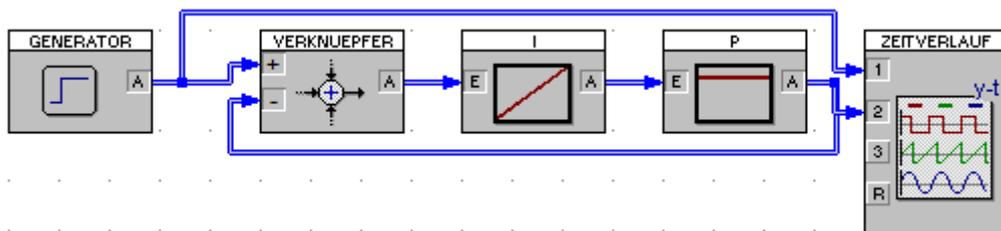
und schließlich:

$$\frac{x}{z} = \underline{F}_Z = \frac{\underline{F}_S}{1 + \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S}$$

Formel 1.2 -Störübertragungsfunktion-

Beispiel:

Zu bestimmen ist das Führungs- und Störverhalten einer P-Strecke mit $K_{PS}=2$ und einem I-Regler mit $K_{IR}=0,25s^{-1}$.



In diesem Beispiel sind $\underline{F}_S = K_{PS}$ und $\underline{F}_R = \frac{K_{IR}}{j\omega}$.

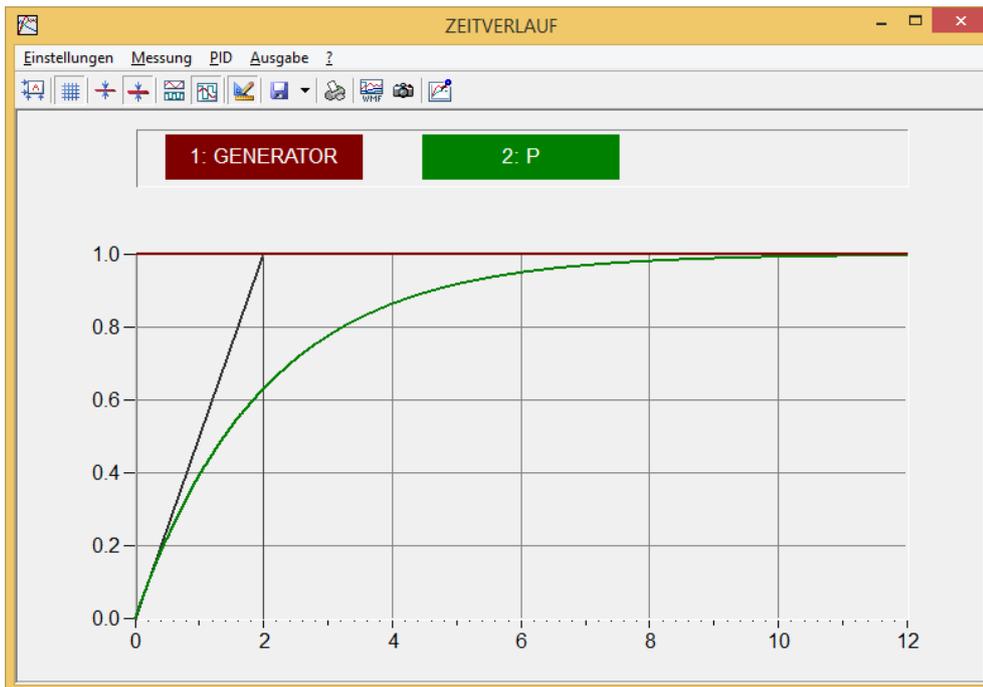
Nach Formel 1.1 ist:

$$\underline{F}_w = \frac{\frac{K_{IR}}{j\omega} \cdot K_{PS}}{1 + \frac{K_{IR}}{j\omega} \cdot K_{PS}} = \frac{K_{IR} \cdot K_{PS}}{K_{IR} \cdot K_{PS} + j\omega} = \frac{1}{1 + j\omega \cdot \frac{1}{K_{IR} \cdot K_{PS}}} = \frac{K_P^*}{1 + j\omega \cdot T_1^*}$$

Das Ergebnis zeigt, dass der Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises P-T1-Verhalten mit $K_p^* = 1$ und $T_1^* = \frac{1}{K_{IR} \cdot K_{PS}} = \frac{1}{0,25 \cdot 2} s = 2s$ aufweist.

Da $K_p^* = 1$ ist folgt, dass keine bleibende Regelabweichung auftritt. Der Ausgleich erfolgt umso schneller, je größer K_{IR} gewählt wird.

Das folgende Bild zeigt die Sprungantwort des Systems nach einem Eingangssprung der Führungsgröße von 0 auf 1V.



Zur Vollständigkeit soll auch das Verhalten des Regelkreises in diesem Beispiel nach einer Störung auf den Eingang der Strecke untersucht werden.¹

Nach Formel 1.2 ist:

$$F_z = \frac{K_{PS}}{1 + \frac{K_{IR}}{j\omega} \cdot K_{PS}} = \frac{j\omega \cdot K_{PS}}{K_{IR} \cdot K_{PS} + j\omega} = \frac{j\omega \cdot \frac{1}{K_{IR}}}{1 + j\omega \cdot \frac{1}{K_{IR} \cdot K_{PS}}} = \frac{j\omega \cdot K_D^*}{1 + j\omega \cdot T_1^*}$$

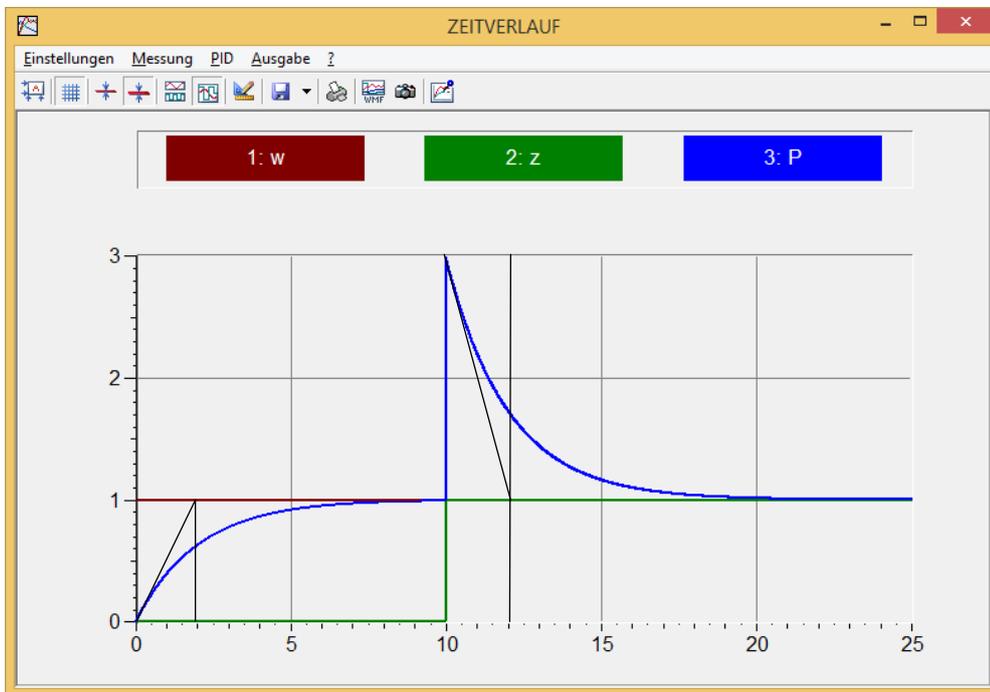
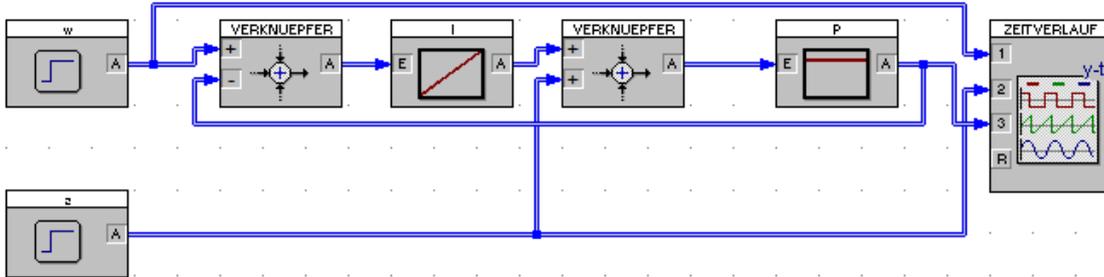
Das Ergebnis zeigt für die Störübertragungsfunktion D-T1-Verhalten auf, welches durch die Reihenschaltung eines P-T1-Gliedes mit einem D-Glied entsteht.

Für das D-Glied ist $K_D^* = \frac{1}{K_{IR}} = 4s$ und für das P-T1-Glied $T_1^* = \frac{1}{K_{IR} \cdot K_{PS}} = 2s$ bei einem $K_p^* = 1$.

Das zeitliche Verhalten entspricht der Entladung eines Kondensators über einen Widerstand.

¹ Das Beispiel setzt Kenntnisse über das D-T1-Verhalten eines Regelkreisgliedes voraus (siehe auch: Tabelle der Regelkreisglieder).

Das Führungs- und Störverhalten wird durch folgende Simulation gezeigt. Dabei wird zur Zeit $t=0$ ein Sprung der Führungsgröße und zur Zeit $t=10s$ ein Sprung der Störgröße jeweils von 0 auf 1V ausgeführt.



Das Ergebnis lässt erkennen, dass sowohl bei Änderung der Führungsgröße als auch bei einer Störung keine bleibende Regelabweichung auftritt.

Merke:

Bei Strecken mit einer endlichen Verstärkung (Strecken mit Ausgleich) sorgt ein I-Anteil im Regler für die Beseitigung einer bleibenden Regelabweichung!