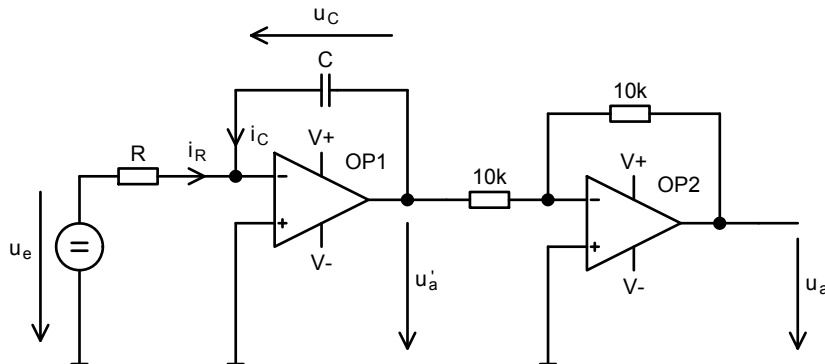


1. Das Zeitverhalten

Das folgende Bild zeigt die Schaltung eines nicht invertierenden Integrierers (I-Regelkreisglied):

Bild 1.1:



Mit OP1 bildet die Schaltung einen invertierenden Integrierer. Durch den Inverter OP2 wird diese zum nicht invertierenden Integrierer.

Das Verhalten soll zunächst durch eine (abschnittsweise) konstante Eingangsspannung untersucht werden.

Für den Kondensator C gilt, dass die Spannung U_C proportional zur Ladung Q ist.

$$Q \sim U_C$$

Der Proportionalitätsfaktor ist die Kapazität C des Kondensators.

$$Q = C \cdot U_C$$

Fließt für eine gewisse Zeit Δt ein konstanter Strom I_C in den Kondensator ändert sich die Ladung um $\Delta Q = I_C \cdot \Delta t$ und die Spannung ändert sich linear um ΔU_C .

$$I_C \cdot \Delta t = C \cdot \Delta U_C$$

Damit ergibt sich allgemein der Kondensatorstrom zu $I_C = C \cdot \frac{\Delta U_C}{\Delta t}$.

Der Ausdruck $\frac{\Delta U_C}{\Delta t}$ ist die Änderungsgeschwindigkeit der Spannung. Bei gegebener Kapazität C ist die Spannungsänderung umso größer, je größer der Strom ist. Fließt kein Strom bleibt die Spannung konstant!

Für die Schaltung in Bild 1.1 ist $I_R + I_C = 0$ (Knotenregel).

Auf Grund der Gegenkopplung ist die Differenzeingangsspannung am Operationsverstärker 0 Volt.

	Regelungstechnik	© Udo John
	Regelkreisglieder mit I-Verhalten	Seite 2 von 7

Mit

$$I_R = \frac{U_e}{R} \quad \text{ergibt sich:} \quad \frac{U_e}{R} + C \cdot \frac{\Delta U_C}{\Delta t} = 0$$

Und schließlich für die Änderung der Kondensatorspannung:

$$C \cdot \frac{\Delta U_C}{\Delta t} = -\frac{U_e}{R} \quad \text{und} \quad \Delta U_C = -U_e \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{RC} = \Delta U_a'$$

Man erkennt, dass bei positiver Eingangsspannung die Änderung von U_a' am Ausgang des ersten OPs negativ ist, das heißt, sie sinkt auf negative Werte ab. Dieses invertierende Verhalten wird durch OP2 ausgeglichen.

Damit wird: $\Delta U_a = U_e \cdot \Delta t \cdot \frac{1}{RC} = U_e \cdot \Delta t \cdot K_I$ mit $K_I = \frac{1}{RC}$ bzw. $T_I = \frac{1}{K_I} = RC$

Der Ausdruck $\frac{1}{RC}$ ist eine **Kenngroße des Integrierers** und wird als **Integrierbeiwert K_I** bezeichnet!

Die Einheit von K_I ist s^{-1} ! Gelegentlich wird auch die **Integrierzeit T_I** , das ist der Kehrwert von K_I , als Kenngroße verwendet.

2. Die Sprungantwort

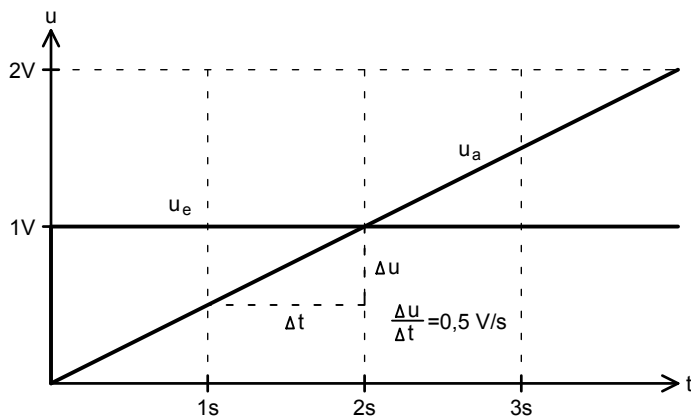
Das Verhalten des I-Regelkreisgliedes wird grafisch durch die **Sprungantwort** dargestellt. Dabei wird ein Sprung von 0 auf 1 Volt an den Eingang gelegt und die Ausgangsspannung mit einem Speicheroszilloskop oder Kennlinienschreiber gemessen. K_i gibt an, um welchen Betrag sich die Ausgangsspannung bei einer Eingangsspannung von 1V in 1s ändert!

Beispiel: $R=100\text{k}\Omega$, $C=20\ \mu\text{F} \rightarrow K_i = 0,5\ \text{s}^{-1}$ Daraus folgt:

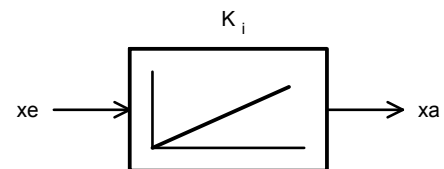
$$\Delta U_a = U_e \cdot \Delta t \cdot K_i = 1\text{V} \cdot 1\text{s} \cdot 0,5\text{s}^{-1} = 0,5\text{V}$$

Nach obiger Formel ändert sich die Ausgangsspannung bei einem Sprung von 0 auf 1 Volt in einer Sekunde um 0,5 Volt (Die Kondensatorspannung zum Zeitpunkt $t=0$ sei 0 Volt).

Sprungantwort:

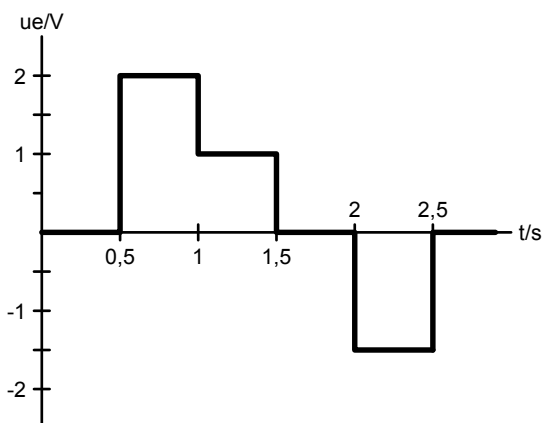


Blockschaltbild:



Übung 2.1:

An ein I-Regelkreisglied mit $K_i = 5\text{s}^{-1}$ wird die folgende Eingangsspannung angelegt.



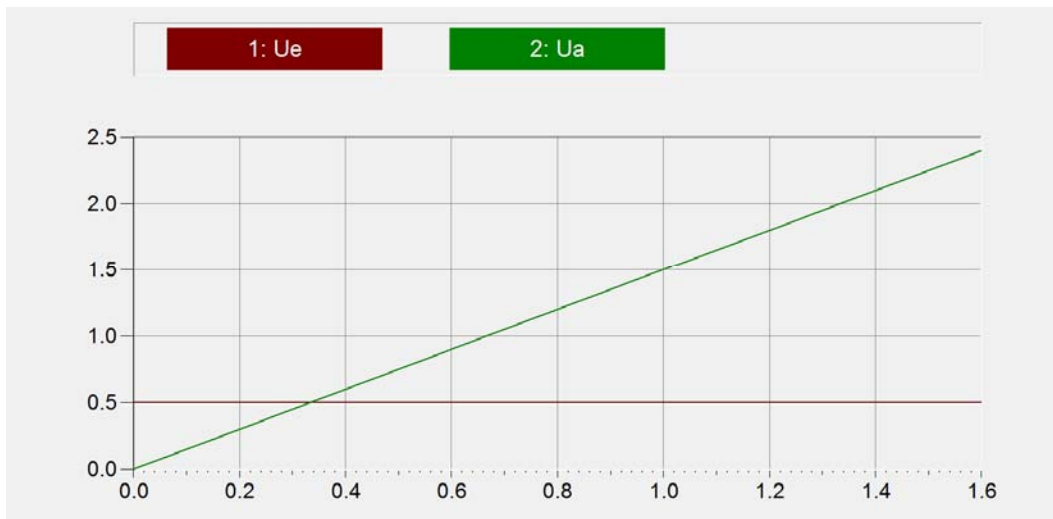
Berechnen und zeichnen Sie bitte maßstäblich den Verlauf der Ausgangsspannung!

Erstellen Sie eine Schaltung mit LTspice, simulieren Sie die Schaltung und weisen Sie die korrekte Berechnung nach!

Übung 2.2:

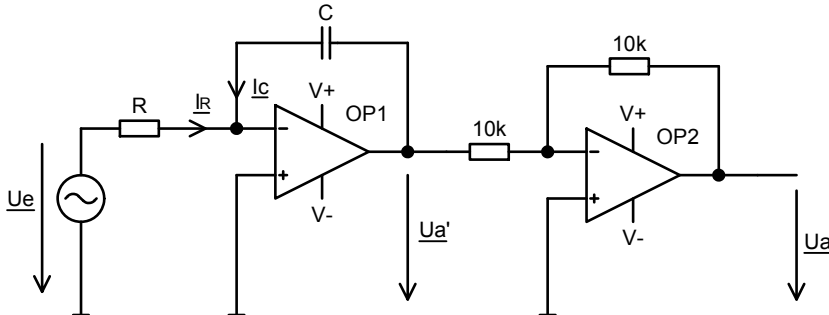
Bei einem Regelkreisglied wurde folgende Sprungantwort gemessen.

- a) Bestimmen Sie K_I des Regelkreisgliedes!
- b) Entwickeln und dimensionieren Sie eine Schaltung mit Operationsverstärker!



3. Der Frequenzgang

Im Folgenden soll das Verhalten des I-Regelkreisgliedes bei sinusförmiger Spannung betrachtet werden (Frequenzverhalten).



Mit

$$\underline{I}_R + \underline{I}_C = 0$$

und $\underline{I}_R = \frac{U_e}{R}$ sowie $\underline{I}_C = j\omega C \cdot \underline{U}_a'$ ergibt sich $\frac{U_e}{R} + j\omega C \cdot \underline{U}_a' = 0$.

Nach Umstellung ist

$$\underline{U}_a' = -\underline{U}_e \cdot \frac{1}{j\omega RC}$$

Nach dem Inverter mit OP2 und unter Einsetzen von $K_I = \frac{1}{RC}$

ergibt sich

$$\underline{U}_a = \underline{U}_e \cdot \frac{1}{j\omega RC} = \underline{U}_e \cdot \frac{K_I}{j\omega}$$

Folgerungen:

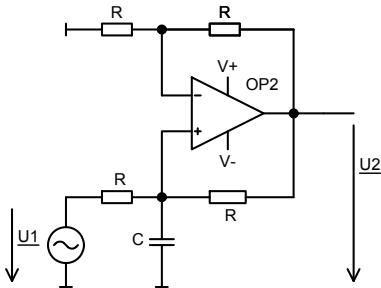
- Bei gegebenem K_I ist die Ausgangsspannung umso kleiner, je größer die Frequenz wird.
- Die Ausgangsspannung eilt der Eingangsspannung um 90° nach.

Unter dem komplexen Frequenzgang \underline{F} eines Regelkreisgliedes versteht man das Verhältnis der Ausgangsspannung zur Eingangsspannung:

$$\underline{F} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{K_I}{j\omega}$$

Übung 3.1:

Weisen Sie unter Berechnung des Frequenzganges nach, dass die folgende Schaltung I-Verhalten aufweist!



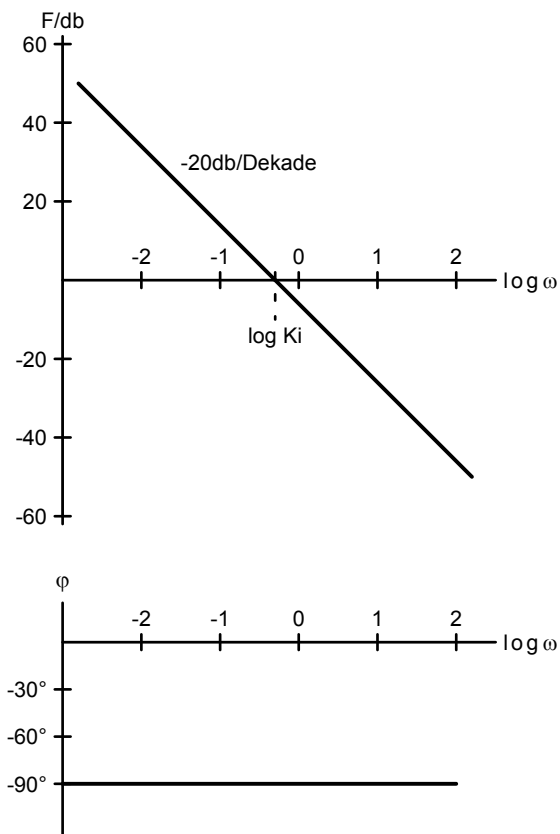
4. Das Bode-Diagramm

Die grafische Darstellung des Frequenzganges erfolgt durch das Bode-Diagramm.

Der Amplitudengang ist eine Gerade, welche mit 20db/Dekade abfällt und die ω -Achse bei K_i schneidet.

Die Phasenlage ist bei allen Frequenzen -90° .

Das folgende Diagramm zeigt das Beispiel für $K_i=0,5 \text{ s}^{-1}$.

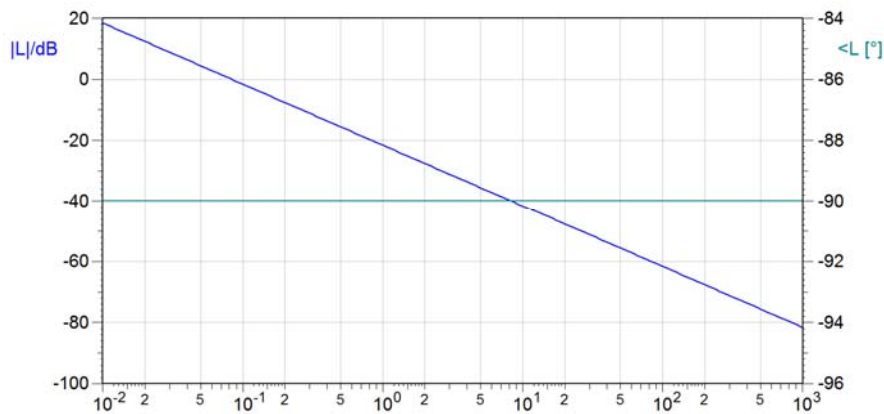


Übung 4.1:

- Entwickeln und dimensionieren Sie die Schaltung eines I-Regelkreisgliedes mit $K_I=15s^{-1}$!
- Zeichnen Sie das Bode-Diagramm!
- Bestimmen Sie an Hand des Bode Diagramms die Verstärkung für $\omega = 1, 10, 50$ und $200 s^{-1}$!
- Überprüfen Sie die Ergebnisse in Aufgabe c) durch Berechnung der Werte!

Übung 4.2:

- Zu welchem Regelkreisglied gehört das folgende Bode-Diagramm? Begründen Sie Ihre Antwort!



- Entwickeln und dimensionieren Sie ein entsprechende Operationsverstärker-Schaltung!